



Matemàtiques **Sèrie 1**

SOLUCIONS,
CRITERIS DE PUNTUACIÓ
I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari:

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cada aspirant ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.

1. Resoleu les qüestions següents amb nombres en notació científica.

a) Escriviu amb totes les seves xifres els nombres següents en notació científica.

[0,75 punts en total: 0,25 punts per apartat]

a1) $7,1 \cdot 10^9 = \mathbf{7.100.000.000}$

a2) $3,223 \cdot 10^{-7} = \mathbf{0,0000003223}$

a3) $1.543 \cdot 10^5 = \mathbf{154.300.000}$

b) Escriviu en notació científica els nombres següents:

[0,75 punts en total: 0,25 punts per apartat]

b1) $0,00000000093 = \mathbf{9,3 \cdot 10^{-10}}$

b2) $157.000.000.000 = \mathbf{1,57 \cdot 10^{11}}$

b3) $5:1.000.000 = \mathbf{5 \cdot 10^{-6}}$

c) En un moment determinat, en què el Sol, Mart i Neptú estan alineats, la distància entre el Sol i Mart és de $2,28 \cdot 10^8$ km, i la distància entre el Sol i Neptú és de $4,495 \cdot 10^9$ km. Quina és la distància en aquest moment entre Mart i Neptú? Expresses el resultat en notació científica.

[0,5 punts]

$$\mathbf{4,495 \cdot 10^9 - 2,28 \cdot 10^8 = 4,495 \cdot 10^9 - 0,228 \cdot 10^9 = 4,267 \cdot 10^9 \text{ km}}$$

2. Un esportista s'ha proposat el repte de, durant un mes (de 30 dies), augmentar en progressió aritmètica el nombre d'abdominals fets cada dia respecte del dia anterior.

a) Si el tercer dia va fer 14 abdominals i el setè dia en va fer 22, en quina quantitat augmenta cada dia el nombre d'abdominals? Quantes en va fer el primer dia?

[0,75 punts]

$$\mathbf{d = \frac{22-14}{4} = 2 \quad a_1 = 14 - 2 \cdot 2 = 10}$$

b) Trobeu el terme general de la successió que representa el nombre d'abdominals que fa cada dia del mes.

[0,5 punts]

$$\mathbf{a_n = 10 + 2(n - 1) = 10 + 2n - 2 = 2n + 8}$$

c) Quants abdominals haurà fet en total durant aquest mes (de 30 dies)?

[0,75 punts]

$$\mathbf{a_{30} = 2 \cdot 30 + 8 = 68 \quad S_{30} = \frac{30 \cdot (10+68)}{2} = 1.170}$$

3. Responen les qüestions següents:

a) Factoritzeu els polinomis $A(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$ i $B(x) = x^2 - 2x - 3$.
[1,5 punts]

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \\ -1 & & -1 & 3 & \\ \hline & 1 & -3 & & \end{array}$$

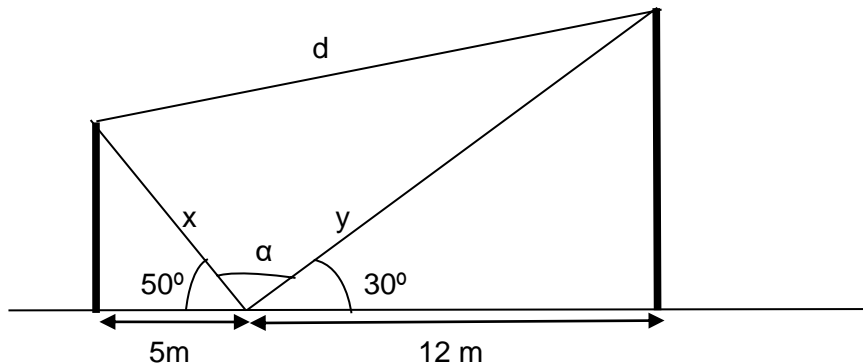
$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -2 & -3 \\ -1 & & -1 & 3 \\ \hline & 1 & -3 & \end{array}$$

$A(x) = (x + 1)(x + 1)(x - 3) = (x + 1)^2(x - 3)$ $B(x) = (x + 1)(x - 3)$

b) A partir dels resultats obtinguts, simplifiqueu la fracció $\frac{A(x)}{B(x)}$.
[0,5 punts]

$$\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{(x + 1)^2(x - 3)}{(x + 1)(x - 3)} = x + 1$$

4. Per calcular la distància que hi ha entre els extrems superiors de dues columnes, ens hem col·locat en un punt intermediari del segment que uneix les dues bases i hem pres les mesures següents:



a) Calculeu les longituds x i y .
[1 punt]

$\cos(50^\circ) = \frac{5}{x}$; $x = \frac{5}{\cos(50^\circ)} = 7,78m$ $\cos(30^\circ) = \frac{12}{y}$; $y = \frac{12}{\cos(30^\circ)} = 13,86 m$

b) Calculeu l'angle α .
[0,25 punts]

$\alpha = 180 - 50 - 30 = 100^\circ$

d) Calculeu la longitud d .
[0,75 punts]

$d^2 = 7,78^2 + 13,86^2 - 2 \cdot 7,78 \cdot 13,86 \cdot \cos(100^\circ) = 290,08$; $d = 17,03 m$

5. Per fer la massa dels panellets s'utilitzen tres ingredients: farina d'ametlla, sucre i patata bullida. La quantitat de farina d'ametlla és la mateixa que la de sucre i la de patata bullida juntes, mentre que la quantitat de sucre és el doble que la quantitat de patata bullida. Si es volen fer 24 kg de massa de panellets, quants kg es necessitaran de cada ingredient?

[2 punts]

x: nombre de kg de farina d'ametlla = 12 kg

y: nombre de kg de sucre = 8 kg

z: nombre de kg de patata bullida = 4 kg

$$\begin{cases} x = y + z \\ y = 2z \\ x + y + z = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2z + z = 3z \\ y = 2z \\ 3z + 2z + z = 24 \end{cases} \quad 6z = 24 \quad z = 4 \quad y = 2 \cdot 4 = 8 \quad x = 3 \cdot 4 = 12$$

6. La distància al quadrat d'un mòbil respecte l'origen de coordenades ve donada per la funció $f(x) = x^4 - 7x^2 + 16$.

a) Trobeu la primera i la segona derivada d'aquesta funció.

[1 punt]

$$f'(x) = 4x^3 - 14x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 14$$

b) Calculeu per a quin valor o valors de x aquesta distància és mínima.

[1 punt]

$$4x^3 - 14x = 0 \quad x(4x^2 - 14) = 0 \quad x_1 = 0 \quad 4x^2 - 14 = 0 \quad x^2 = 14/4 \quad x_2 = +\sqrt{\frac{7}{2}} \quad x_3 = -\sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$f''(0) = -14 \quad x = 0 \text{ màxim} \quad f''(\pm\sqrt{\frac{7}{2}}) = 12 \cdot 7/2 - 14 = 28 \quad x_2 = +\sqrt{\frac{7}{2}} \quad x_3 = -\sqrt{\frac{7}{2}} \text{ mínims}$$

7. En un terrari hi ha aranyes i serps, algunes de les quals són verinoses. La quantitat de cada tipus és la que s'indica a la taula següent:

	No verinoses	Verinoses	Total
Serps	21	7	28
Aranyes	15	4	19
Total	36	11	47

a) Acabeu d'emplenar la taula.

[0,5 punts]

Trobeu, si s'escull un animal a l'atzar, les probabilitats següents:

b) Que sigui una aranya verinosa.

[0,5 punts]

$$p(A) = 4/47$$

b) Que sigui una serp.

[0,5 punts]

$$p(B) = 28/47$$

c) Si és una serp, que sigui verinosa.

[0,5 punts]

$$p(C) = 7/28 = 1/4$$